

示波器的 FFT 功能簡介 – 在開關轉換器的設計、評估與偵錯應用

FFT Function on Oscilloscopes – for Design, Evaluation, or Debug of Switching Converters

摘要

隨著科技的進步，現今的示波器除了能觀察信號的時域波形之外，還能經由內建的快速傅立葉轉換（Fast Fourier Transform；FFT）功能觀察信號的頻譜。本文將介紹如何在示波器上設定快速傅立葉轉換功能，並將此功能有效地應用於開關轉換器的設計與偵錯上。

目錄

一、前言	2
二、FFT 介紹與示波器的功能限制	2
三、範例	6
四、對 EMI 的影響	12
五、結論	12
六、參考文獻	13

一. 前言

現今在開關轉換器的設計、評估及除錯的過程中，若需使用到頻域的量測，通常都會使用專用的儀器，如使用網路分析儀（Network Analyzer）量測轉換器之環路增益（loop gain）和使用 EMI 接收機（EMI Receiver）量測轉換器是否符合電磁干擾的相關法規等。

近年來隨著示波器功能的提升，快速傅立葉轉換（Fast Fourier Transform；FFT）已是示波器的標準配備，使得電源工程師可以在一台示波器上同時觀察訊號的時域波形及頻域成份。藉由頻域上分析電路的電壓和電流波形，掌握突波（spike）的頻率分佈，可使電源工程師在解決 EMI 問題時，能針對特定頻率去做改善。除此之外，透過示波器之 FFT 功能來觀測電解電容的電流頻譜，分離不同頻率下的電容電流大小，也有助於預估電容之壽命。

本文將介紹何謂 FFT 及如何在示波器上設定 FFT 功能，並將以標準波形作操作示範。最後，將示範如何將 FFT 功能應用於電源供應器的設計與偵錯上。本文中之示範操作皆使用 Rohde & Schwarz 公司的 RTE 1054 示波器，並搭配其所附之軟體 RTO Scan。

二. FFT 介紹與示波器的功能限制

眾所皆知，傅立葉分析可以對時域信號做頻率拆解，其中離散的傅立葉分析可依據時域信號是否具有週期性，而分成離散時間傅立葉轉換（Discrete Time Fourier Transform；DTFT）和離散傅立葉轉換（Discrete Fourier Transform；DFT），由於 DTFT 轉換出來的頻域函數是連續頻譜，這代表非週期性的時域信號需要由無窮多組不同頻率的弦波組成，而 DFT 轉換出來的頻域函數則為離散頻譜，可視為對 DTFT 出來的頻譜作等間隔取樣。在實際應用上，微處理器的記憶體有限，只能處理有限的資料量，所以微處理器在進行傅立葉轉換時只能採用 DFT 的方式。而 FFT 則是能夠有效降低 DFT 運算複雜度和運算時間的一種演算法，至今被廣泛的使用在各科學領域及示波器上。

本章節會介紹在示波器設定上會用到的名詞、對應關係和設定上的限制，並以標準波形（正弦波與方波）使為操作範例。

1. 示波器的 FFT 功能與限制

圖 1 為 RTE 1054 示波器 FFT 設定的使用者介面，紅框內的參數為一般示波器在使用 FFT 功能時需要設定的參數。其中，中心頻率（Center frequency）、頻率跨距（Frequency span）、起始頻率（Start frequency）和終止頻率（Stop frequency）之間有連動關係，因此只需設定中心頻率和頻率跨距。為兼顧 FFT 頻譜的解析度和振幅量測，將 Window type 設定為 Hamming，而其餘參數設定則將一一說明其功能。

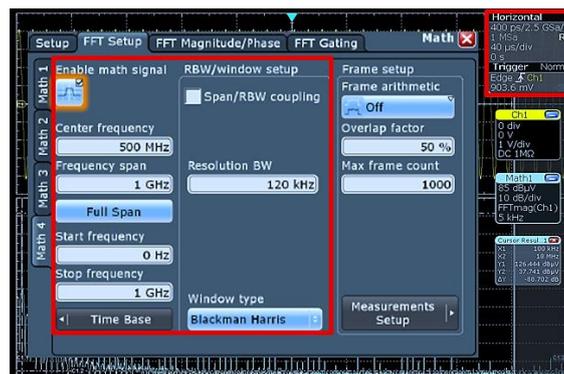


圖 1、RTE 1054 示波器 FFT 設定介面

A. 解析頻寬 (Resolution Bandwidth; Resolution BW; RBW)

解析頻寬為 FFT 頻譜之最小頻率間隔 (Δf)，及決定 FFT 頻譜的解析度，類比於時域波形中的取樣週期 (sampling time; Δt)；解析頻寬越窄表示頻譜的解析度越高。而解析頻寬與示波器時域波形的紀錄長度，或稱「擷取時間」(capture time) 為倒數關係，所以調整示波器的擷取時間會改變解析頻寬。

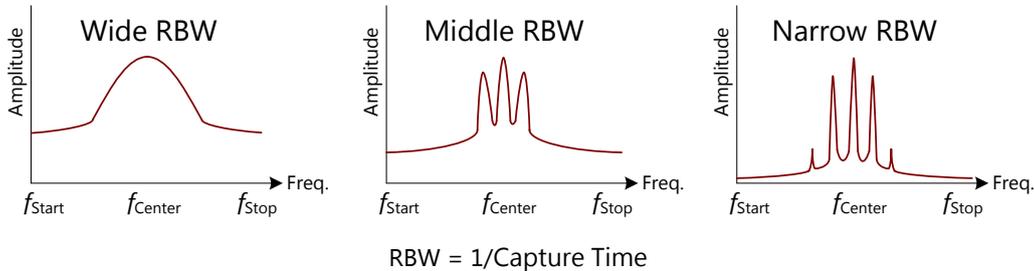


圖 2、FFT 解析頻寬示意圖

B. 擷取時間 (Capture time)

如上所述，擷取時間為示波器時域波形的紀錄長度，即示波器螢幕上顯示波形的時間總和，其值為時間檔位 (Time/div) 乘上示波器橫軸格數，且與解析頻寬為倒數關係。

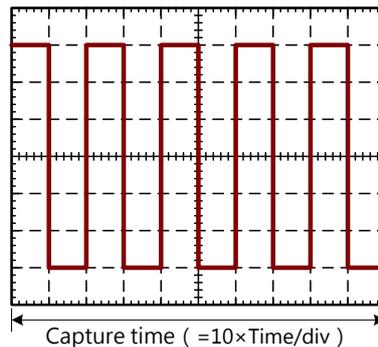


圖 3、示波器擷取時間示意圖

C. 中心頻率 (Center frequency; f_{Center})、起始頻率 (Start frequency; f_{Start}) 及終止頻率 (Stop frequency; f_{Stop})

中心頻率為 FFT 頻譜中橫軸所顯示的中間頻率值；中心頻率、起始頻率及終止頻率關係可參考圖 4 及式 (1)。終止頻率的設定需考慮到稍後介紹的取樣率，簡言之，需小於取樣率的一半。

$$f_{Center} = \frac{f_{Start} + f_{Stop}}{2} \quad (1)$$

D. 頻率跨距 (Frequency span)

頻率跨距為 FFT 頻譜顯示的範圍，也就是頻譜中橫軸所顯示之終止頻率 (f_{Stop}) 和起始頻率 (f_{Start}) 的差值，如圖 4 所示。

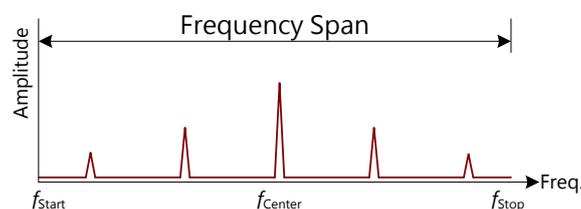


圖 4、FFT 頻率跨距示意圖

E. 取樣率 (Sampling rate; f_{Sampling})

取樣率和示波器之時域波形解析度有關，如圖 5 所示。取樣率為取樣週期 (Δt) 的倒數；取樣率越高，取樣週期即越小，示波器上所呈現的波形解析度就越高。在使用示波器 FFT 功能時，必須注意奈奎斯特取樣定理 (Nyquist Sampling Theorem)，即取樣率需大於兩倍的終止頻率。

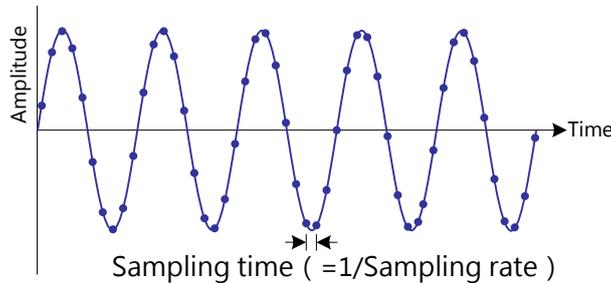


圖 5、示波器取樣率示意圖

了解上述名詞之間的對應關係後，可以發現如果想要獲得一個解析度較高的 FFT 頻譜，必須將示波器時間檔位 (Time/div) 調大，以增加螢幕擷取時間，取得較窄的解析頻寬。然而每一台示波器皆有最大取樣點數 (sampling point) 之限制，例如本文中所使用的 RTE 1054 示波器之最大取樣點數為 40 MSa。

擷取時間的增加會造成取樣點數增加，但若已達示波器之最大取樣點數，由取樣點數=擷取時間×取樣率的關係式，得知取樣率則被迫降低。而當取樣率被降低時，因為需符合 Nyquist Sampling Theorem，可能會影響到 FFT 頻譜之終止頻率，進而影響到 FFT 頻譜的中心頻率和頻率跨距的大小，使用上須特別注意這些設定。

舉例來說，若要在一個最大取樣點數為 1 MSa 的示波器上觀察解析頻寬為 1 kHz 的 FFT 頻譜，由式 (2) 至 (4) 可計算出示波器的擷取時間至少要 1 ms，取樣率只能到 1 GSa/s，而 FFT 頻譜上的終止頻率最高就只能到 500 MHz。如果想要觀察 500 MHz 以上的頻率，就只能加大解析頻寬或是使用擁有更大的最大取樣點數的示波器。

$$\text{Capture time} = \frac{1}{\text{RBW}} = 1 \text{ ms (} 100 \mu\text{s/div)} \quad (2)$$

$$\text{Sampling rate} = \frac{\text{Sampling point}}{\text{Capture time}} = 1 \text{ GSa/s} \quad (3)$$

$$\text{Stop frequency} \leq \frac{\text{Sampling rate}}{2} = 500 \text{ MHz} \quad (4)$$

2. 標準波形的 FFT 範例

標準波形 FFT 實驗皆使用 Tektronix AFG3021B 波形產生器產生頻率 100 kHz、峰至峰值 400 mV 之正弦波和方波作觀察。從正弦波的 FFT 頻譜，可以釐清示波器縱軸單位是採用波形電壓的峰值、平均值或方均根值做計算；而方波的 FFT 頻譜則可用來觀察不同的上升、下降時間對波形在頻域的影響。

A. 正弦波

使用示波器觀察正弦波 FFT 頻譜，假設頻譜之解析頻寬為 5 kHz，頻譜範圍設定在 10 kHz 到 30 MHz。首先，根據解析頻寬可以推算出示波器的擷取時間為 200 μs ，因此示波器的時間檔位至少要 20 $\mu\text{s/div}$ 。由頻譜範圍可以觀察到頻率跨距約為 30 MHz，中心頻率約為 15 MHz，為滿足 Nyquist Sampling Theorem，取樣率至少要 60 MSa/s。圖 6 為正弦波之 FFT 頻譜，從圖上可以觀察到主要頻率成份確實是在 100 kHz，其幅值為

$$\text{Amplitude at 100 kHz} = 20\log\left(\frac{200 \text{ mV}}{1 \mu\text{V}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 103 \text{ dB}\mu\text{V} \quad (5)$$

由上述計算可得知示波器頻譜上所示之縱軸幅值是採用信號之方均根值做計算。

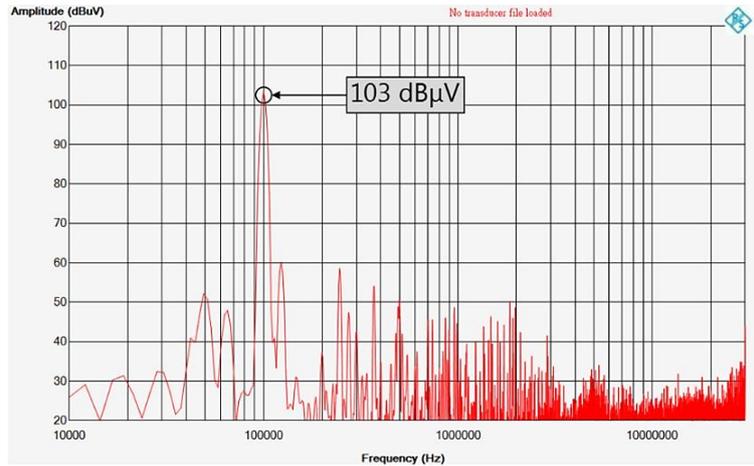


圖 6、正弦波頻譜

B. 方波

固定示波器 FFT 設定，由波形產生器產生一工作週期 50% 的方波，並將方波之上升時間 (t_r) 及下降時間 (t_f) 設定至波形產生器之最小值 (18ns)。圖 7 為此方波之 FFT 頻譜，可以觀察到方波之頻譜包絡 (spectral envelope) 線在中低頻時，以 -20 dB/dec 的斜率衰減；當頻率大於轉折頻率 (f_c) 時，則會以 -40 dB/dec 的斜率降低。其轉折頻率之計算公式為

$$f_c = \text{Max}\left(\frac{1}{\pi \cdot t_r}, \frac{1}{\pi \cdot t_f}\right) \quad (6)$$

將方波之上升、下降時間代入上述公式，可以計算出上升、下降時間為 18 ns 的方波轉折頻率 (f_{c1}) 為 17.7 MHz。

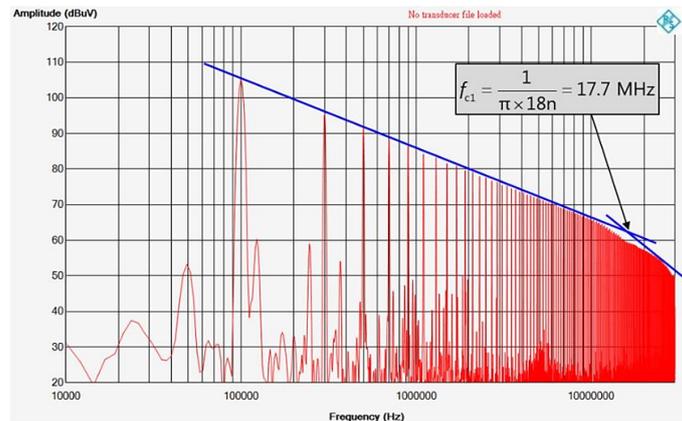


圖 7、上升及下降時間為 18 NS 之方波頻譜

如果將上升及下降時間增加至 100 ns，透過轉折頻率的公式可以計算出新的轉折頻率(f_{c2})降低至 3.18 MHz，圖 8 為上升及下降時間為 100 ns 之方波頻譜。

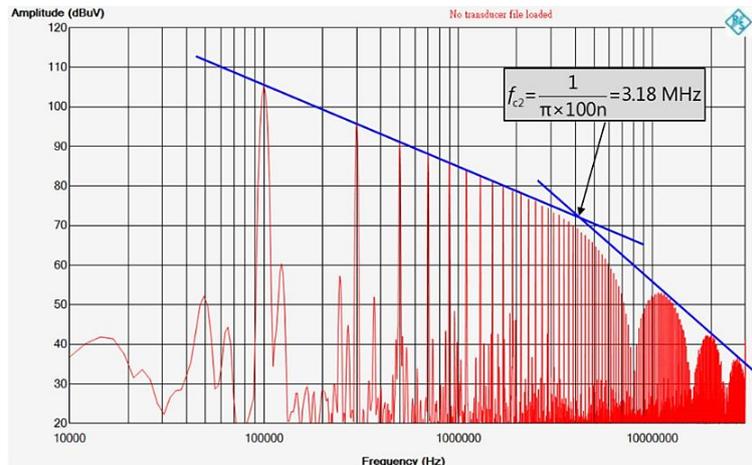


圖 8、上升及下降時間為 100 NS 之方波頻譜

比對圖 7 和圖 8 兩張方波 FFT 頻譜，可以發現如果方波的上升、下降時間越長，轉折頻率會越低，高頻成份就會衰減越多，這也從頻域的觀點說明了加大開關轉換器的 MOSFET 閘極驅動電阻 (gate resistor ; R_g) 可使 EMI 濾波器比較容易設計，因 MOSFET 的驅動信號的斜率變緩，以上圖來看，轉折頻率因而降低，能讓電路上的高頻雜訊被衰減得更多。

三. 範例

本章以交流轉直流返馳式轉換器搭配立錡科技之控制晶片 RT7736 為範例，其輸入電壓為 90 - 265 V_{ac}、輸出電壓為 12 V、輸出功率為 24 W 的，針對轉換器之 MOSFET 電壓、輸出二極體電壓、輸出電壓漣波、輸出電容電流及輸入電容電流波形做 FFT 頻譜分析，並從頻率域的角度觀察各波形特性。返馳式轉換器常會在變壓器一次側和輸出二極體分別並聯 RCD 電壓箝位電路 (voltage clamp circuit) 和 RC 緩振電路 (snubber circuit)，如圖 9 所示。由於傳導電磁干擾 (conducted EMI) 法規所規範之最高頻率為 30 MHz，因此將示波器的 FFT 頻譜範圍設定為 10 kHz 到 30 MHz，取樣率為 100 MSa/s，解析頻寬為 1 kHz。

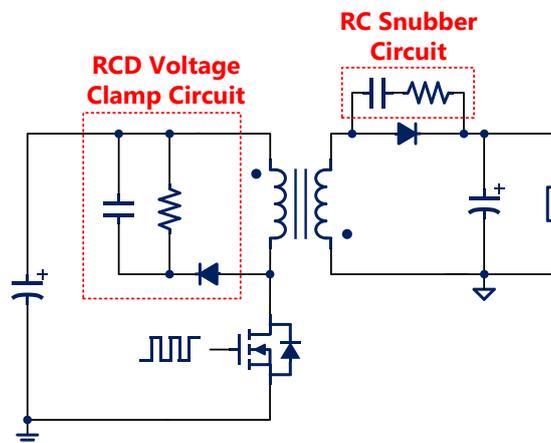


圖 9、返馳式轉換器示意圖

1. MOSFET 之電壓

由於 RT7736 內建智慧抖頻 (SmartJitter™) 功能，開關頻率有 $\pm 6\%$ 的變動範圍，使其頻率成份擴散成柱狀，而非在單一頻率上。圖 10 為滿載時 MOSFET 電壓波形的 FFT 頻譜，從 65 kHz 附近開始出現開關頻率及其諧波的低頻成份。在滿載時，變壓器的激磁電感 (magnetizing inductance) 工作在連續導通模式 (continuous conduction mode ; CCM)，MOSFET 電壓可近似為一方波，因此在中低頻的地方，幅值以 -20 dB/dec 的斜率衰減。在 5 MHz 附近，幅值出現抬升，則是因為在 MOSFET 關閉瞬間，漏電感電流在 MOSFET 上產生之高頻電壓突尖 (voltage spike)。

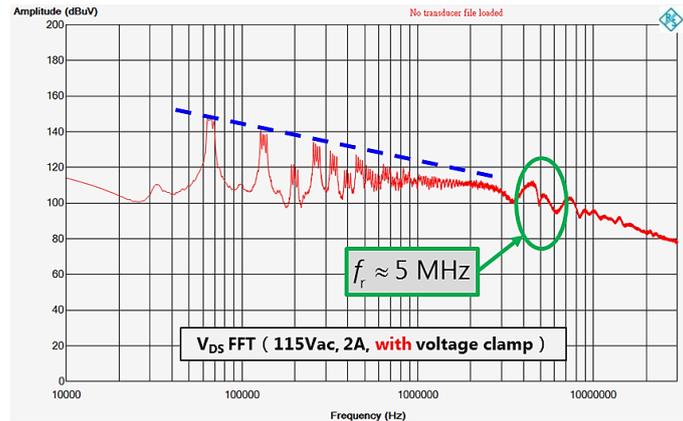


圖 10、滿載時 MOSFET 電壓波形之 FFT 頻譜

當負載減輕時，開關頻率逐漸降低，激磁電感的操作模式從連續導通模式轉成不連續導通模式 (discontinuous conduction mode ; DCM)，由圖 11 可以發現在輸出電流降到 0.5 A 時，開關頻率只有 26 kHz，由於在 DCM 操作的關係，激磁電感和汲極電容產生的振鈴 (ringing) 變化亦會反映在 MOSFET 電壓波形上，因此在頻譜上也能看到在振鈴頻率 (f_{DCM}) 附近的幅值也出現抬升。

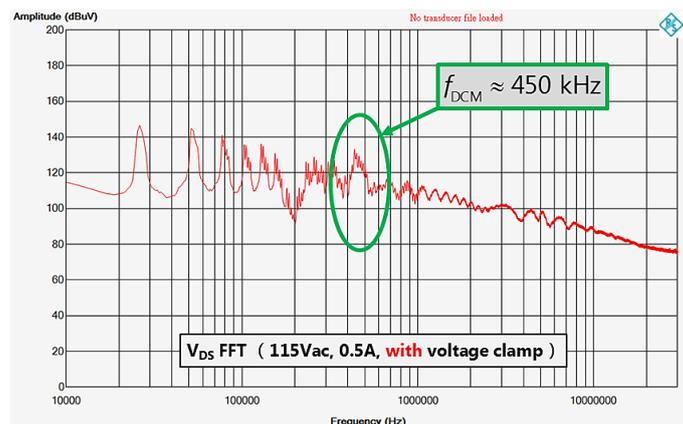


圖 11、輕載時 MOSFET 電壓波形之 FFT 頻譜

圖 12 為輕載時未加 RCD 電壓箝位電路的 MOSFET 電壓頻譜，由於移除 RCD 電壓箝位電路後，漏電感電流在 MOSFET 關閉瞬間少了一條宣洩的路徑，漏電感電流全部都流進 MOSFET 的輸出電容 (C_{oss})，因而產生更高的電壓突尖。比對圖 11 和圖 12 可以觀察到 RCD 電壓箝位電路主要作用在電壓突尖的頻率 (5 MHz) 附近，衰減了 10 dB，在中低頻段則無明顯變化。

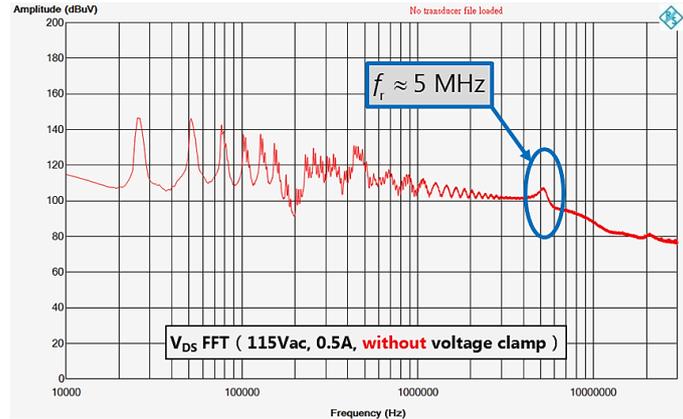


圖 12、輕載時未加 RCD 電壓箝位電路的 MOSFET 波形電壓之 FFT 頻譜

2. 輸出二極體之電壓

通常輸出二極體兩端會並聯一組 RC 緩振電路，其目的是為了吸收在 MOSFET 導通瞬間，因輸出二極體的逆向回復電流（reverse recovery current）產生的高頻電壓突尖。在設計緩振電路時，需要先知道電壓突尖的頻率，以往是使用示波器將時域波形展開並用游標功能進行讀值。本文則提供另一種方法：從波形 FFT 頻譜找出電壓突尖之頻率。圖 13 為滿載時未加裝 RC 緩振電路的輸出二極體電壓頻譜，圖中顯示電壓突尖的頻率為 21 MHz，由此可以設計對應之 RC 緩振電路了。

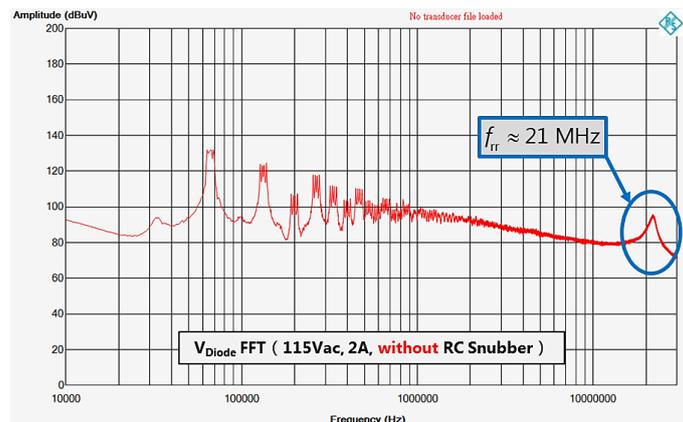


圖 13、滿載時未加裝 RC 緩振電路的輸出二極體電壓波形之 FFT 頻譜

圖 14 為加裝 RC 緩振電路後的輸出二極體電壓頻譜；比對兩張 FFT 頻譜，可以看到 RC 緩振電路的抑制效果。由於此時輸出二極體電壓波形和操作在 CCM 的 MOSFET 電壓相似，從圖 14 可以看到在中低頻段時，輸出二極體電壓頻譜一樣是呈現 -20 dB/dec 的衰減斜率，在高頻時，則是以 -40 dB/dec 的衰減斜率。

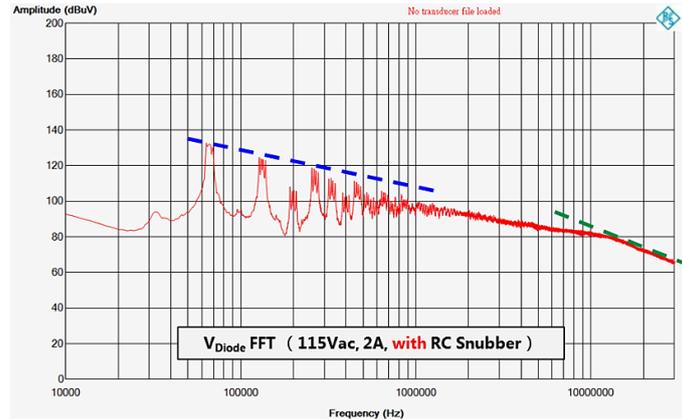


圖 14、滿載時加裝 RC 緩振電路的輸出二極體電壓波形之 FFT 頻譜

3. 輸入電容之電流

在實際應用上，鋁質電解電容（aluminum electrolytic capacitor）經常被用於輸入電容和輸出電容，其壽命與環境和電氣特性有密切的關係。常見的液態鋁質電解電容壽命估算式為

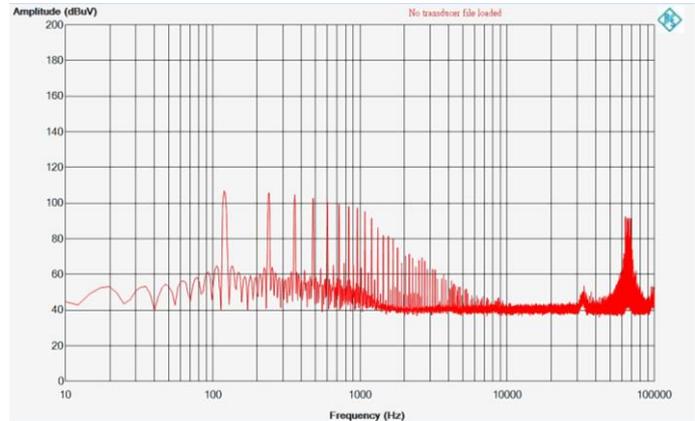
$$L_x = L_0 \cdot K_{Temp} \cdot K_{Voltage} \cdot 2^{\frac{5 - 5 \cdot \left(\frac{I_{C_rms}}{I_{Rated}}\right)^2}{5}} \quad (7)$$

其中， L_x 為待估算之電容壽命， L_0 為廠商提供之保證壽命， K_{Temp} 為周溫修正係數， $K_{Voltage}$ 為電壓修正係數， I_{C_rms} 為流進電容之漣波電流（RMS）， I_{Rated} 為額定最大容許電流（RMS）。從估算式可以觀察到在預估電解電容的壽命時，需要計算漣波電流（ripple current）的方均根值。

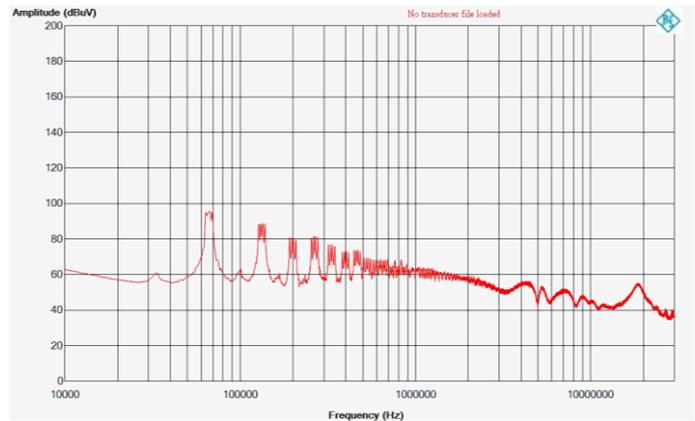
由於電解電容的等效串聯電阻（equivalent series resistor；ESR）會隨著漣波電流的頻率改變，不同頻率下的漣波電流耐受度皆不相同，為了獲得較準確的壽命估算，在計算時不會使用示波器直接量測時域波形的方均根值，而是將電流波形做 FFT 分析，把不同頻率下的電流成份等效至 120 Hz 下去作計算，其等效之電容漣波電流為

$$I_{C_rms} = \sqrt{\left(\frac{I_{120}}{k_{120}}\right)^2 + \left(\frac{I_{240}}{k_{240}}\right)^2 + \left(\frac{I_{360}}{k_{360}}\right)^2 + \dots + \left(\frac{I_{65k}}{k_{65k}}\right)^2 + \left(\frac{I_{130k}}{k_{130k}}\right)^2 + \dots} \quad (8)$$

圖 15 和圖 16 分別為輸入電容電流波形之 FFT 頻譜與 RUBYCON 提供之鋁質電解電容漣波電流係數修正表。



(a)



(b)

圖 15、滿載時輸入電容電流波形之 FFT 頻譜 (A) 10 HZ - 100 KHZ
(B) 10 KHZ - 30 MHZ

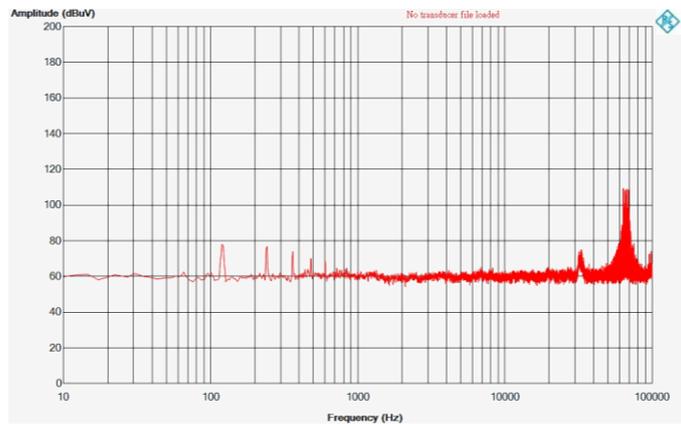
◆MULTIPLIER FOR RIPPLE CURRENT

Frequency (Hz)	60(50)	120	500	1k	10k≤
Coefficient $k_{freq.}$	0.80	1.00	1.25	1.40	1.50

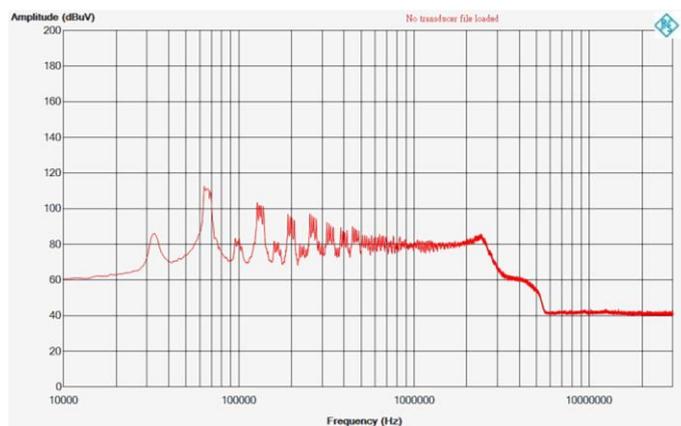
圖 16、RUBYCON 提供之 400 V 鋁質電解電容漣波電流係數修正表

4. 輸出電容之電流

圖 17 為滿載時輸出電容電流波形之 FFT 頻譜，其壽命估算方式與輸入電容相同。比對輸入和輸出電容的電流的頻譜，可以觀察到經過一個交流轉直流的轉換器之後，電容電流的主要成份從低頻的市電頻率轉變成高頻的開關頻率。



(A)



(B)

圖 17、滿載時輸出電容電流波形之 FFT 頻譜 (A) 10 HZ - 100 KHZ
(B) 10 KHZ - 30 MHZ

四. 對 EMI 的影響

在上一章介紹了交流轉直流返馳式轉換器的許多元件上電壓或電流波形頻譜，也在頻域上看到 MOSFET 的 RCD 電壓箝位電路和輸出二極體的 RC 緩振電路的功效。本章將探討 RCD 電壓箝位電路對於 MOSFET 電壓頻譜上抑制之幅值，在 EMI 頻譜上是否會有相同的效果。

由於傳導 EMI 的法規限制，在進行 FFT 頻譜與 EMI 頻譜比對前，需先將示波器的設定調整成與 EMI 接收機相同，因此將 FFT 頻譜範圍設為 150 kHz 至 30 MHz，解析頻寬為 9 kHz，示波器擷取時間為 20 ms，取樣率設定在 100 MSa/s。圖 18 及圖 19 分別為加裝 RCD 電壓箝位電路前後之 MOSFET 電壓頻譜比較圖和 EMI 頻譜比較圖，其量測條件皆為輸入電壓為 115 Vac、輸出電流為 2 A，可以很明顯的觀察到緩振電路在 FFT 頻譜上 5 MHz 附近衰減約 10 dB，此衰減量同樣會呈現在 EMI 頻譜上。

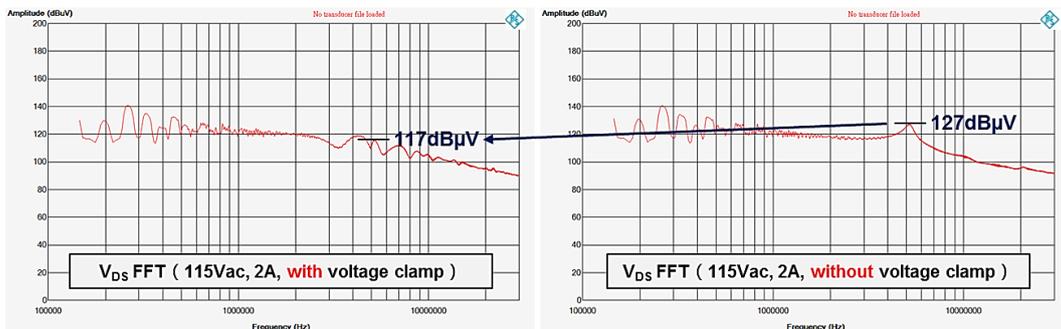


圖 18、加裝 RCD 電壓箝位電路前後之 MOSFET 電壓 FFT 頻譜比較圖

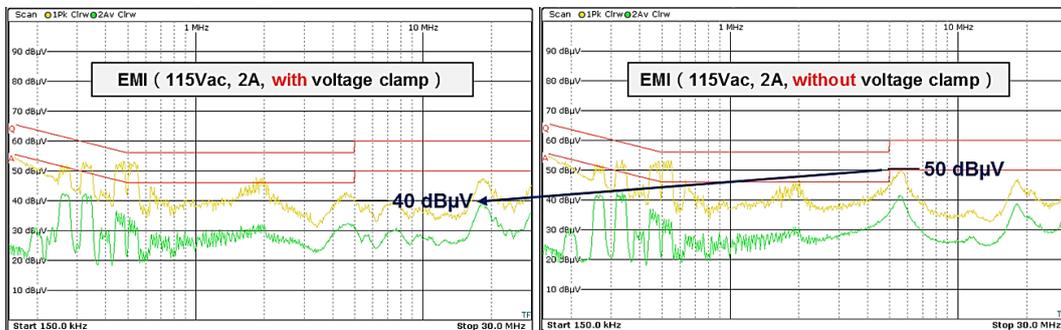


圖 19、加裝 RCD 電壓箝位電路前後之 EMI 頻譜比較圖

由這個實驗結果可以得知抑制電路上的電壓突尖和電流突尖（current spike）確實能有效降低特定頻率的 EMI 雜訊。往後若想進行特定頻率的 EMI 偵錯時，可試著用示波器的 FFT 功能以快速掌握電路上突波的頻率，而能更有效地解決問題。

五. 結論

本文討論了 FFT 功能在示波器上的設定及限制，也使用了標準波形進行示波器的操作示範，經由標準波形的實驗釐清了頻譜的座標單位。此外透過返馳式轉換器的量測實例，了解到了電解电容壽命的估算方式和電壓箝位電路及緩振電路在 EMI 議題上關聯及重要性，同時證實了示波器的 FFT 功能應用於電源轉換器的設計與偵錯是可行的。

六. 參考文獻

- [1] “R&S® RTE Digital Oscilloscope Specifications,” Rohde & Schwarz
- [2] “R&S® RTE Digital Oscilloscope Scope of the art,” Rohde & Schwarz
- [3] “Analyze EMI problems with the R&S® RTO/RTE,” Rohde & Schwarz
- [4] “Bandwidth of Digital Waveforms,” Clayton R. Paul, 2009
- [5] “RT7736 SmartJitter™ PWM Flyback Controller,” Richtek, 2014
- [6] “Life of Aluminum Electrolytic Capacitor,” Rubycon
- [7] “Performance of Aluminum Electrolytic Capacitor,” Rubycon
- [8] “Radial Lead Aluminum Electrolytic Capacitors WXA Series,” Rubycon

相關資源

[立錡科技電子報](#)[訂閱立錡科技電子報](#)

Richtek Technology Corporation

14F, No. 8, Tai Yuen 1st Street, Chupei City

Hsinchu, Taiwan, R.O.C.

Tel: 886-3-5526789

Richtek products are sold by description only. Richtek reserves the right to change the circuitry and/or specifications without notice at any time. Customers should obtain the latest relevant information and data sheets before placing orders and should verify that such information is current and complete. Richtek cannot assume responsibility for use of any circuitry other than circuitry entirely embodied in a Richtek product. Information furnished by Richtek is believed to be accurate and reliable. However, no responsibility is assumed by Richtek or its subsidiaries for its use; nor for any infringements of patents or other rights of third parties which may result from its use. No license is granted by implication or otherwise under any patent or patent rights of Richtek or its subsidiaries.